

7 класс, 3 день

1. Существует ли трёхзначное число из трёх различных цифр, у которого цифры слева направо идут в порядке возрастания, а если его умножить на 3, то у результата цифры идут в порядке убывания?

2. Докажите, что уравнение

$$a^2 = (b^2 - 1)(c^2 - 1) + 2$$

не имеет решений в натуральных числах.

3. Докажите, что существует бесконечно много таких n , что число $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ не имеет простых делителей, меньших 2012.

4. Даны три натуральных числа. Для каждого двух из них вычислили наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Полученные шесть чисел сложили. Могло ли получиться 2011?

5. Число $1\underbrace{3\dots 333}_k$ — простое. Докажите, что k нечётно.

6. Докажите, что существует бесконечно много не кратных десяти чисел, у которых сумма цифр куба в два раза больше суммы цифр самого числа.

7. Пусть S — множество, состоящее из 10 различных положительных чисел. Докажите, что существуют два числа $x, y \in S$ такие, что $0 < x - y < \frac{(1+x)(1+y)}{9}$.